

作図ツール Geometric Constructor の開発と教育利用について

Development and Educational Use of Geometric Constructor

愛知教育大学 数学教育講座

飯島康之

yijima@aeu.ac.jp

0. はじめに

私は数学教育の研究者であり、図形指導を中心として、数学教育研究および実践のための道具として、ソフト開発・教材開発・授業研究等を行っています。今回のような機会にお話をさせていただく機会はありませんので、用意した資料・内容等に不備があれば、ご指摘ください。

(Geometric Constructorに関して、以下ではGCと略す。)

0.1 GCに関する研究等の略歴

1978 - 1982 : 筑波大学にて数学を学ぶ。(卒業研究:微分幾何)

1982 - 1987 : 筑波大学大学院教育学研究科にて数学教育学を研究。

1987 - 1989 : 上越教育大学

1989/10 - : 愛知教育大学

1989, 上越教育大学在任中からGC/DOSを開発。

1990, GC/DOSを公開。主として中学校の先生方との共同研究を始める。

1993 明治図書「数学教育」で『コンピュータで授業を変えよう』という連載。

→飯島編『コンピュータで数学授業を変えよう』, 明治図書

1996 web サイト開設

1997 飯島編『GCを活用した図形の指導』, 明治図書

1997 GC/Win の開発

2000-2001 教科書準拠コンテンツの試作

(文部科学省, 学習資源デジタル化・ネットワーク化推進事業)

・GC/Java の共同開発

- ビューアとしての機能

- GC/Win, GC/Javaでのオンライン保存(簡易コンテンツ作成機能)

2003-2006 科研費特定領域研究(新世紀型理数科教育の展開研究)

・GC/Java + サーバサイドのアプリ による複数の学習環境

- PukiWiki with GC (GCJavaを利用するためのプラグインの追加)

- GC_BBS

- GCで5択問題

0.2 GC関連の研究等の特徴

(1) 学校教育現場での利用を前提とした研究・開発

(2) 現在は, webベースを中心とした展開

1. 「作図ツール」としてのGCの機能

http://www.auemath.aichi-edu.ac.jp/teacher/iijima/



1.1 作図の基本コンセプト

GCの作図の基本的なコンセプトは1990年のものをそのまま継続して利用している。問題点等があるのも事実なのだが。

(1) 扱う幾何的対象

変数, 点, 線(直線/線分/半直線), 円

(2) 作図のコンセプト

いわば, 図を関数(の階層的な組み合わせ)として理解する。

a. 独立変数として, 複数の点を入力する。

b. それぞれの作図手続き $i : I_1, I_2, \dots \rightarrow O_1, O_2, \dots$

そして, 独立変数を変化させたときの従属変数群 = 図の変化を調べる。

(3) 特徴と作図の手続き

「何をもとに何を構成していくか」を意識すれば, 作図をすることができ, 高校程度までの幾何的な問題に関して, 思考の流れを妨げないで, 作図・実験ができることを目的とした。

作図の手続きにおいては, 以下の流れを踏まえる。

a. 作図する対象の「種類」を選択する。(変数・点・直線・線分・半直線・円)

b. 作図する手続きを選択する。

c. 作図において元にする対象を選択する。

伝統的な意味での初等幾何での作図, つまり定規・コンパスによる作図の手続きや制約を必ずしも踏まえない。そのため, たとえば, 「角のn等分」のような手続きも含める。

1.2 操作

(1) キーボード中心の基本設計

出発点がDOSアプリであったため, 基本的にキーボードですべてを操作することから出発した。選択は $\uparrow \downarrow$, 変形は $\leftarrow \uparrow \downarrow \rightarrow$ 。実行はEnter, 終了はEsc。これを基本として, ショートカットキーが多様に割り振ってある。

この操作性が, 通常のWindowsアプリと違った使い勝手を生み出してしまっているのは事実。しかし, 次のような点においては便利(と強がったりする??)

a. 重なっている複数の点を切り換えるような場合

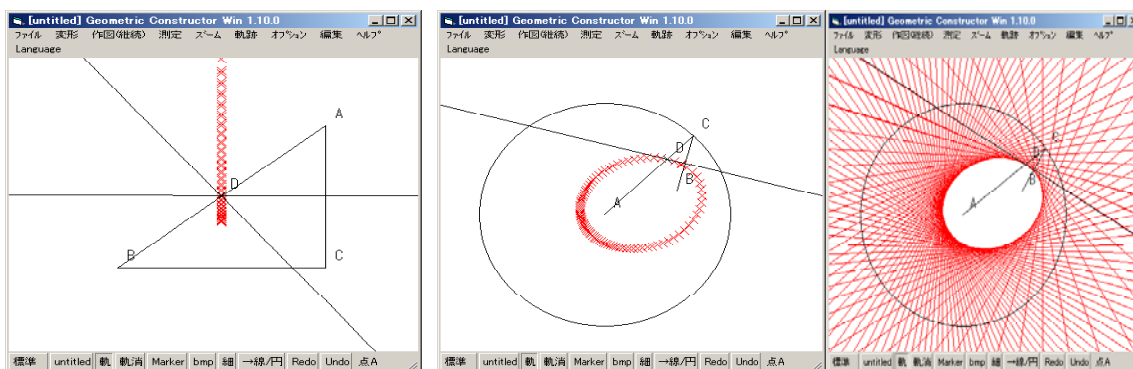
- b. 画面から外に出ている対象を選択したり、隠れているものを選択する場合
- c. 一定の幅・一定の方向に移動するような場合
- d. 素早く図を作る場合

(2) マウス等での操作

Windowsアプリ化に伴い、ほとんどの機能はマウスでも扱えるようにしていたが、2006年度にタブレットPC等での利用を想定することに伴い、基本的な機能はアイコン等からも操作可能にするなど、細かな修正を行った。

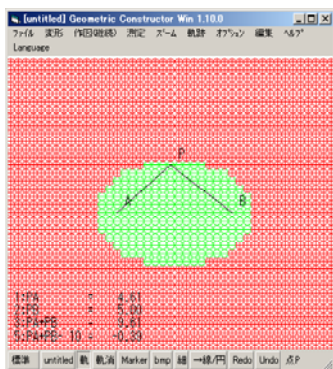
1.3 軌跡

幾何学的対象が動いた「跡」として扱うことがGCでの軌跡の基本であり、この方法によって、新たな幾何学的対象を構成することはできない。



1.4 条件を満たす点の集合

関数 $f(P)$ に対して、 $f(P)>0$ 、 $f(P)<0$ の色分けにより、 $f(P)=0$ を概略的に求めることは可能。また、フリーソフトの Graph-R との連携によって、 $f(P)$ の等高線や3D的な様子を把握することは可能。



2. Web アプリケーションとしてのGC

2.1 背景

1990年代は、教育現場は基本的にDOSの時代であり、フロッピーによって環境が構築できる時代であった。Windowsの普及に伴い、機種依存性から逃れられたはずなのに、その幸せはそう長くは続かず、セキュリティの確保を理由に、教員が自分で使いたいソフトを学校のPCにインストールすることはほとんどできなくなった。

その代替方法として登場したのが、Webアプリケーションという形での提供である。つまり、以下のことを行えるようにする。

- ・標準的なソフト(ブラウザ, Java, Flash)がインストールされていれば、ネット環境

さえあれば、どこでも使うことができる。

・静的なデータを見るだけでなく、自分で作図・保存し、それらをもとにレポート作成等を行うことができる。

2.2 GC/Win の簡易コンテンツ作成機能

これはwebアプリとしての機能ではないが、GC/Winでオンライン保存を行うと、サーバで保存し、図および、保存時に入力した文章等をGC/Java等によって表示する。つまり、簡易コンテンツを手軽に作る事ができ、そのurlを参照することによって、メーリングリスト上等での議論に利用することができる。

2.3 PukiWiki with GC

webアプリとして最も充実した形になっているのは、これである。これはPukiWikiにGC関連のプラグインを追加したものであり、基本的にはPukiWikiの恩恵にあずかっているというべきかもしれない。

GCのデータをアップロードし、それを文書内で貼り付けることによって、

- ・ 図のサムネイル表示、GC/Javaによる表示へのリンク

を得られる。また、この場合には

#gc(ファイル名);

という書式だが、これを

#gcjava(ファイル名);

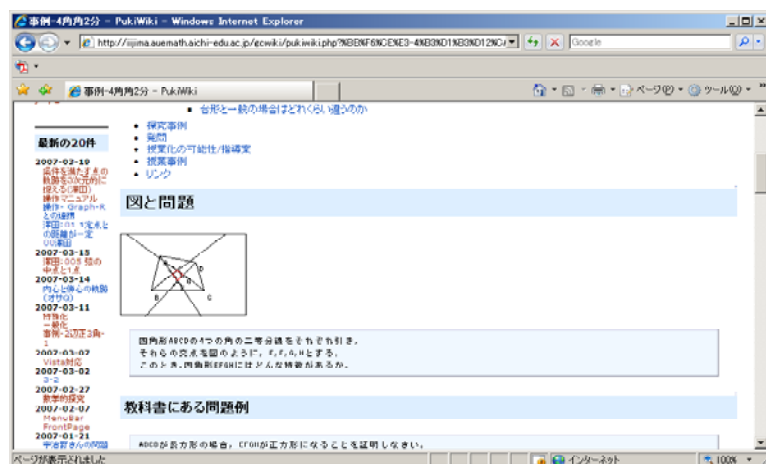
と修正すれば、アプレットが文章内に表示される。

また、テキスト内で、

#gcjava();

と書くことによって、図の新規作成を行い、保存することも可能である。

これらで作成されたファイルは(別名で保存することによって)更新可能であり、スタンダードな環境でGC/Winで行える機能の大半を、ネット上で行うことができる。



2.4 GC_BBS

これは文字通り、BBSにGCの表示・保存等の機能を付加したものである。一つの図に対して多様な意見が想定され、それを授業等で収集し、利用したいときには便利である。

2.5 上記の環境の実際の稼働状況等

GC/Winの簡易コンテンツ作成機能は「便利」である。私自身も、メーリングリスト上等で図形の問題について議論するときなどに気楽に使うが、他にもいろいろの方が使っている。一覧を見るとごちゃごちゃしてくるのは事実だが、使いたい図に対するurlを参照すればいい。学校の授業等で使いたいときに、一覧の中にはクラスの生徒のみにしたいというようなケースはあり、そういうことに対応した

PukiWikiを使って授業中にレポート等を作成することは、大学生にとっては適切な課題ということになるのだが、高校生以下においては、PukiWiki等に慣れることが一つの負担となり、あまり気軽に使えてはいない。

現実には、スタンドアロンでの利用、オンライン保存での利用および、次のGGC_BBSでの利用くらいにとどまる。

2.6 数学会ツールソフトの「webアプリケーション化」について

現在行われている、KNOPPIX/Math Projectなどは、とても興味深い試みだと思う。CD/DVD 1枚で、どこでも起動可能なスタンドアロン環境を提供してくれる。

一方、教育用の環境として考える場合、限界もある。「使うべきツール類が一通り揃っている」からといって、それで学習が進むとは限らないからだ。

それぞれの授業の中で使われるコンテンツが一定数用意されていたり、気軽に作れる環境、あるいはそれを議論できるコミュニティが、その背景にあることが重要である。

同時に、児童・生徒がそこで何らかの作業を行ったとき、その記録を再利用可能な形で保存することが重要である。

これらに対応するための方策として、

webアプリケーション化

という方法は、一定の可能性を持っているのではないかと、私は考えている。

3. 数学的探究の道具としてのGC

3.1 自分が楽しみ、それを再体験可能にするための仕掛けとしての作図ツール

ソフト開発をする方の多くがそうであろうと推察するのだが、私はまず、自分が図形の数学的探究を深めるための道具として、一定のプログラムを作り、それを汎用化・ツール化するという流れで、GCを開発した。そこでのコンセプトを簡単にいえば、

「図形を動かして調べる」ことを、もっと多くの図形に、もっと手軽に行いたいということが出来るだろう。

1990年代においては、それはめずらしいことであり、また、ほぼ同時期に、カブリ、SketchPadなども開発され、それらによって、どういうことが可能になるのかについて、数学会教育研究者・教育実践者ともに楽しんだ時期と言ってもいい。

そこで扱いたいと思った問題を扱えるように機能等を規定するというのが基本的な開発の流れであり、たとえば、

モーレーの定理を調べることは、我々にとって基本的と思うから、角の3等分は「ぜひ行いたい作図手続き」となったし、

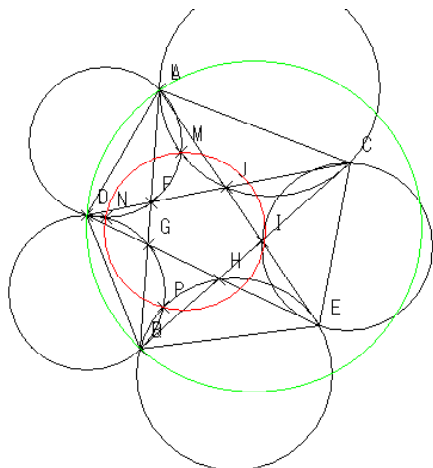
モーレーの定理の一般化が可能かどうかを調べることも基本的
と思うから、「角のn等分」という形で実装した。

それが再発見であるかどうかは別として、中学校教員・高校教員・大学生・私たちにと
って、いろいろな機会に「こういう現象は、どうも定理のようだが、証明できるのだろう
か。本当はどんな名前がついているのだろうか」というようなことを経験した。

たとえば、1990年頃に、ある研究会で、当時高校生が発見したと話題になっていた「高
田の定理は表現できるか?」

<http://homepage1.nifty.com/toretate/takada01.html>

とたずねられ、その場で作図して納得したことなどもあった。



<http://133.96.66.45/asp/gc/html.asp?00001386>

簡単な図であっても、ちょっと変えることによって、いろいろな特殊な場合などを手が
かりに、発見を実感することができる。そして、少なくとも大学生にとって、それはかな
りの知的興奮を呼び起こしてくれる。少なくとも90年代はそう思った。

3.2 「定理を見せる」だけでは、感動はしない。

同時に、当たり前なことだが実感したことは、「学生自身が主役にならなければ、長続
きはしない」ということである。作図ツールは正確に図を描くツールと割り切ると、たと
えば有名ないろいろな定理を作図し、検証してみることは一つの活動になるのだが、はっ
きりいって、あまり面白くない。成り立つはずのことを正確に描いて示す。定規・コンパ
スではできない / 難しいことなのだから、もっと感動していいはずなのだが、それを当
たり前の道具として受容してみると、それは決して完全な動機付けにはならないのである。
同様のことは、他でも様々に経験した。たとえば、 $\sqrt{2}$ を100桁、あるいは1000桁表示する
ことは、「それは難しい」という認識の下では「驚くべきこと」である。そういうプログ
ラムを「書く」ことを課題とする場合はまた別だが、mathematicaであれ、ubasicであれ、
こう入力すると、こうなるということを指示し、観察しただけでは彼らは感動しない。
教育用ソフトとして多くの人が使えるものとして育てるためには、この部分をどう生み出
すかが生命線なのである。

3.3 数学的探究を妨げないで支援するために

私は、数学的探究を支援するためのソフトが満たすべき要件の一つに
数学的探究を妨げない

を考えている。そのため、

- ・数学的な思考の流れのままに、ソフトを使える
- ことも重要であると思うし、同時に、
- ・ソフト固有の機能を使うのに必要な作業はできるだけ慎む
- ことも重要と思っている。

それらを実現するためのソフトの工夫というのは、あまり表に登場することは少ないし、実際にそのように機能していることの証明は難しいのだが、開発者としての工夫した部分等をいくつかあげておきたい。

(1) シフト + 変形機能

たとえば、上の高田の定理は、

五角形が円に内接する場合に、円の(5つの)交点も円上にのる
というものである。

定理に忠実に図を作成するためには、

- ・それぞれの点を円上に束縛する

ことによって作図をすべきである。一方、この定理を理解する上では、

- ・5つの点が円上にない場合には、交点も円上にはない。

ということを観察することが不可欠であろう。

これを忠実に行うには、

- ・点に関する束縛条件の切換を行う

という作業が必要になる。しかし、これはソフトの側の事情の問題であり、この作業は数学的探究の流れに水をさすものと考えた。同時に、このような束縛条件の切換という機能は、様々な場所で必要とする機能である。中学校でさえ、円周角の定理など、様々なところで必要になる。彼らに束縛条件という概念やその手続きの習得を求めることをしたくない。

その結果、次のような機能を実装した。

シフトを押しながら変形する場合、最も近い幾何的対象に射影する。

想定している対象以外に射影することもあるが、ちょっと条件を変えながら試してみると
いう思考に対しては、かなり使い勝手がよくなっているのではないかと思う。

なお、このシフト + 変形機能に関しては「格子点への射影」等への切換も可能。

(2) 矢印キーによる変形の効用

直観的な操作として、多くの場合マウスの方が適している。しかし、次のような場合には、
キーボードの方が適していることもある。

- 一定の方向に一定の幅で動かしたいとき。
- 画面の外に点を動かしたいとき。
- 1ドットずつのような細かな変化をさせたいとき。
- 条件を満たす点の集合を求めたいとき。

(3) メニューの切換

熟練ユーザーにとっては、機能は豊富な方がいい。一方、初心者ユーザーが使うには、メニューは限定されている方がいい。両者は別々のソフトであるよりも、単一ソフトを切換ながら使う方がいい。そこで、次のような対処をした。

GC/Win : フルメニューと簡易メニューの切換

GC/Java : ビュアモード、アプレットモード、ウィンドウモードの切換

(4) 図(静止画)の作成

通常は、Ctrl + Alt + Delete 等が基本。でも、Windowの枠が必要ないときもある。そういうときには、F7キーでクリップボードに枠なしの図を取り込める。

コンテンツを一気に作成したいときには、そういう作業をいちいち行うのは面倒。図をGCのファイルで順次保存し、後で一括して図を生成する方が便利。通常の大サイズの画面の他、サムネイル作成なども対処。

(5) 落書き機能

通常は、(スクリーンではなく)黒板にプロジェクタで投影し、そこにチョークで「書き込み」ことが有効。しかし、スクリーンなど、直接的な書き込みができない場合には、マウス等で書き込むための落書き機能を使うことができる。

4. 授業の道具としてのGCと授業設計

4.1 「インターラクティビティ」が授業利用での核心部

数学的探究の道具として考える場合も、多くのツール型ソフトの重要性はインターラクティビティにあると思う。数学研究者、あるいは学生等が使う場合には、そのようなインターラクティブな利用が基本になるだろう。

学校教育においても、特に90年代は、そのようなインターラクティブな探究そのものを生徒にさせるという実践も行うことができたのだが、2002年度以降はなかなか難しくなった。今後は、発展的な学習など、特定の目的の場合に扱うという位置づけになると言ってもいいだろう。

4.2 一斉指導の中でのインターラクティビティと生徒の多様性

一方、(文部科学省の)「教育の情報化」路線の中で、普通教室の中でのプロジェクタ利用などを前提とすると、一斉指導の中でのインターラクティブな利用が基本ということになる。そして、そのときの源泉は、「生徒 - 問題/環境」のインターラクティビティと同時に、生徒 - 生徒 のインターラクティビティつまり、生徒の中にある多様性が、授業の活性化の源泉になりうるともいえる。

実際、同じ図を見ているか、何を見ているかは多様である。それ以外にも、生徒の反応とその生かし方を想定すると、次のような質問とそれに対応する多様性が想定される。

- (1) 図をどう捉えているのか。(これはどんな図か? 何がある?)
- (2) 図のどこに注目するのか?
- (3) 図のどんな性質に注目する?
- (4) (図を動かして)どんな場合に注目する?
- (5) 次に何をしたら一歩前進しそうか(解決できそうか)?
- (6) 解決(証明 / 反例等)

(7) さらにどんな問題を考えるとよさそうか。(条件変え等)

4.3 指導上の工夫：オープンな発問 / 発問の工夫 / 生徒の気づきや発言をいかす「切り返し」など

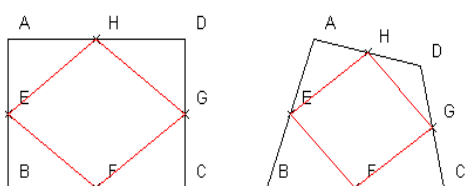
数学(の教科書等)で扱われる通常の問題はクローズドな問題(答えが一つに限られる問題)である。この場合、基本的に、正答と誤答になるわけだが、それでは前向きな意味での多様性は別解くらいしかありえない。そのため、上記のような多様性を生かすための最も基本的な工夫は、発問を変えることである。答えが多様な問題のことを一般に、オープンな問題というが、そのオープンな度合いも様々である。そしてまた、同じ図でも、どのような発問の仕方をするか、どんな図から出発するか等に応じて生徒の気づきや反応は変わってくる。

さらに重要なことは、多様な発言を許容するだけでなく、どのような発言であっても、「それを生かす」ことである。そして、発言に応じた臨機応変の対処の仕方が用意されていることである。それらがあってこそ、自分たちが発言しないと授業は成立しない / 発言内容に応じて授業がどう構成されていくかが変わっていく感覚(授業のライブ感覚)が生み出されていく。

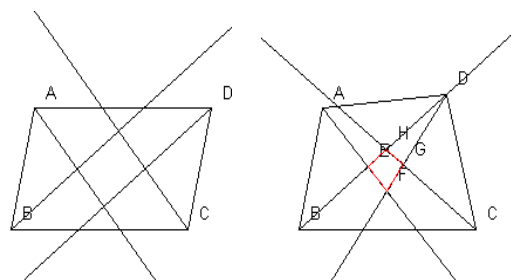
別の表現をするならば、私にとっての作図ツールとは、ライブ感覚豊かな、インタラクティブな授業を実現するための道具であり、たとえば、伝統的な教具と比較して、よりインタラクティブな授業が想定されない場合には、「使わない」ことを積極的に選択する。

4.4 授業化のための工夫例：「特殊な場合」から始める / 一般化可能性を探る / いろいろな場合の結果を観察し、「何を考えたいのか」 / 予想 / 検証など

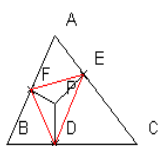
四角形の4つの辺の中点を結んだ図



四角形の4つの角の二等分線を引いた図



垂足三角形



5. この研究会への提案

5.1 テクノロジーで数学は変わる？

私は、テクノロジーを前提にするならば、体験可能な数学の世界は大きく変わるはずだと80年代に思い、90年代に実感し、そしてそれはインターネットでより加速されると予想し、いろいろなことろ試みてきた。実現できたこともいくつかあるが、学校教育を見る限り、時は止まっているように、あるいは逆行さえしているのではないかとさえ思う。

一方、研究にしろ、企業での仕事にしろ、あるいは家庭等での様々な作業の中で、テクノロジーは当たり前のように浸透し、様々なことが大きく変わっている。

学校数学が変わるべきかという命題に対しては、様々な意見があるだろう。それはそれなりに議論をすとしても、社会的に分析するならば、コンピュータとネットワークの普及で、「数学は変わった / 変わる」のだろうか。数学者にとっては変わる/変わらないもあるだろうし、そこまで時間・労力等が割けない人にとって、変わる/変わらない等の議論もありうるだろう。

もし、「それは変わった / 変わりうるはずだ」と思う人が多いならば、各種のソフトの整備と同時に、「テクノロジーを使うと、数学はこう変わる」という世界像を提案すべきだと思う。もし、それが社会に受容されるなら、学校数学が変わるかどうかは別として、社会にとっての数学の価値と役割は大きく変わるはずだから。

5.2 ユーザーグループを育てることとコンテンツの組織的な充実を

標準的な数学用の環境を整備することはとても価値のあることである。同時に、それが社会にとってより価値あるものにするためには、ユーザー層の拡大と、ユーザーにとっての数学の世界の拡充と深化をもたらすものであるべきで、そのためには、組織的にユーザーグループを育てたり、そのユーザーにとっての数学の世界を確立することが不可欠である。作図ツール等を含めて、そういう試みは様々な形で行ってはきたけれども、まだまだ少数でしかなかったことは否定できない。

科研費特定領域研究での活動などを見ても、理科と比較すると、数学からの提供はまだまだインパクトが少ない。このようなご時世においては、数学界・数学教育界からの社会貢献として、(あるいは予算獲得の手段等として?) 一定規模の集団を組織して、プロジェクトとして進めていくことが重要と思う。