

surfとSINGULARで描く代数曲面

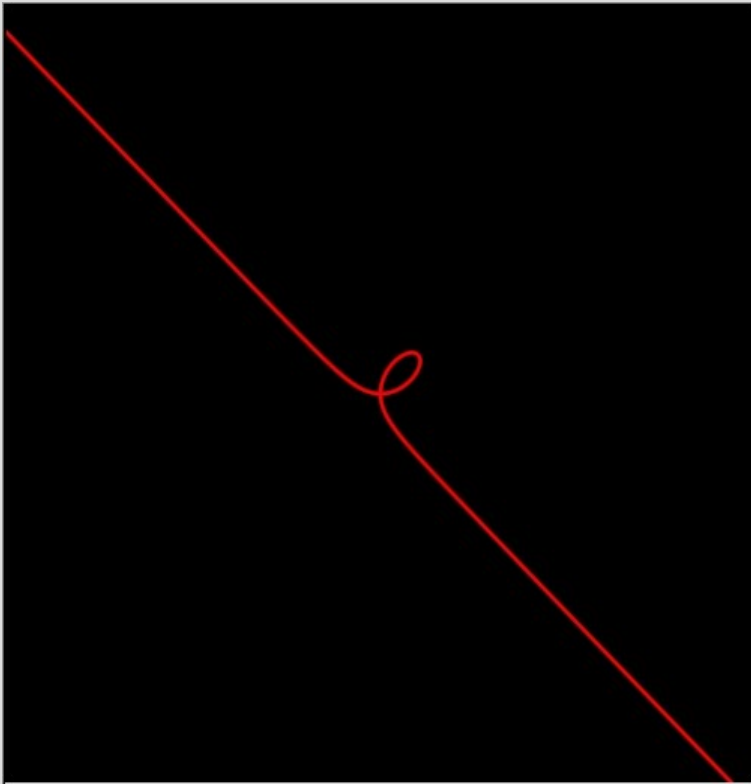
横田博史

<http://www.bekkoame.ne.jp/~ponpoko/>

surfについて

- 代数曲線や曲面が簡単に描ける(x, y, z の多項式でありさえすれば良い。)
- 曲面の半透明表示, 平面による曲面の断面を描ける。
- 生成した画像をJPEG等の形式で保存可能。
- MAXIMAの様な数式処理は行わない。

surfの実例(曲線)

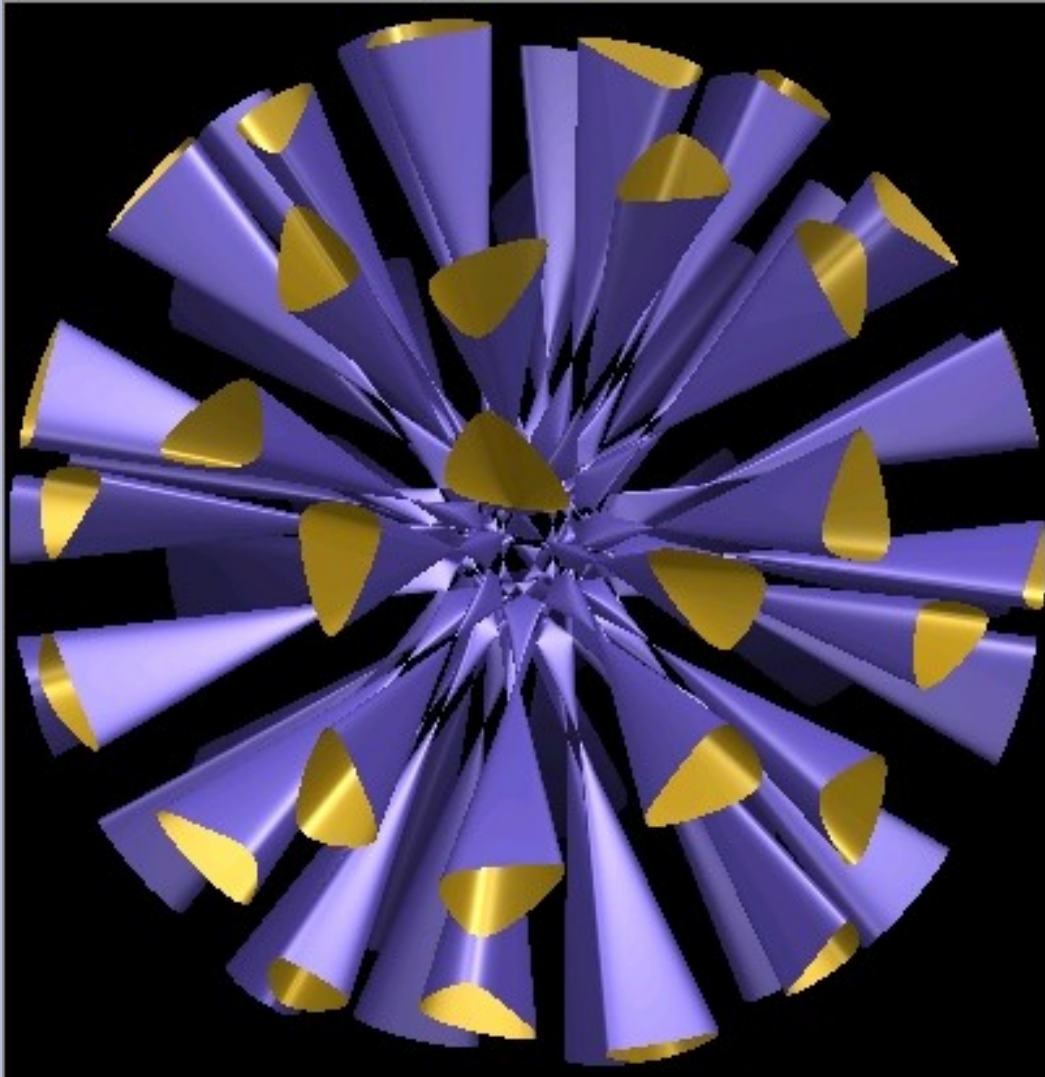


1. 二変数の実係数多項式を変数curveに割当ててる。
2. draw_curve;を変数curveの 割当て後に記述。

他に, 曲線の太さ, 色が指定可能。

```
curve_red=255,  
curve_green=0;  
curve_blue=0;  
curve_width=1.5;  
curve=x^3+y^3-2*x*y;  
draw_curve;
```

surfの実例(曲面)



1. 実数多項式を変数surfaceに割り当てる。
2. draw_surfaceをsurfaceの後に書き込む。他に背景色や曲面の裏表の色, 曲面の回転等が可能

```
rot_x=0.6;  
rot_y=0.2;  
rot_z=0.6;  
origin_z=0;  
scale_x=0.5;  
scale_y=0.5;  
scale_z=0.5;  
double tau=(1+sqrt(5))/2;  
surface=8*(x^2-tau^4*y^2)*  
(y^2-tau^4*z^2)*(z^2-tau^4*x^2)*  
(x^4+y^4+z^4-  
2*(x^2*y^2+y^2*z^2+z^2*x^2))+  
(3+5*tau)*(x^2+y^2+z^2-1)^2*  
(x^2+y^2+z^2-(2-tau))^2;  
draw_surface;
```

SINGULARについて

- 可換環論向けの数式処理
- C風の処理言語を持ち,ライブラリを構築可能
- system命令により外部プログラムを起動可能

SINGULARの使い方

1. SINGULARでは, 多項式等の対象を扱う為には最初に環を定義しなければならない。
2. 対象の宣言は, C風の宣言を行う。
3. ヘルプは?項目で行う。
4. ライブラリの読み込みはLIB命令を用いる。
5. 例題の 実行にexample 命令を使う。

```
>ring R=0,(x,y),dp;  
> poly f=x3-y3-3xy;  
> ideal I=f,diff(f,x),diff(f,y);  
>I;  
I[1]=x3-y3-3xy  
I[2]=3x2-3y  
I[3]=-3y2-3x  
>LIB "surf.lib";  
>? diff;
```

対象の定義例

- 環の定義

```
ring R1=0,(x,y,z),dp;  
ring R2=(0,a),(u,v,w),dp;  
minpoly=a2+1;  
ring R3=complex,x,dp;
```

- イデアルの定義

```
ideal I=x2+y3-xy;  
ideal I=f;  
ideal I2=xy,x2-x3+1,f;
```

- 写像の定義

```
ring R1=0,(x,y,z),dp;  
ring R2=0,(a,b),dp;  
map f=R1,a,b,a+b2
```

- 商環の定義

```
ideal I=xy,x2-x3+1,f;  
qring Q=std(I);
```

便利な命令

- setring 基礎環を切り替える
- listvar 定義した対象を表示
- print 対象の概要を表示
- helpと? ヘルプ命令
- example 例題を実行

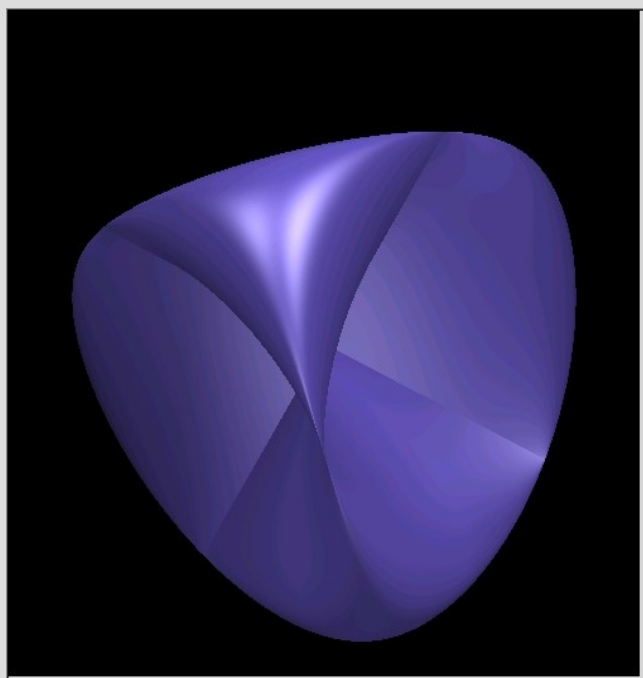
SINGULARからsurfによる描画

- 標準で付属するライブラリsurf.libを利用する。
- ライブラリの読込時に表示されるパスに注意。
- 環を定義し,その上で1多項式,或は単項イデアルをplot命令に引渡す。
- surfの命令もオプションとして引渡せる。但し,効果があるかは命令の内容に依存する。

```
> LIB "surf.lib";  
// ** loaded /opt/Singular/3-0-0/LIB/surf.lib (1.24,2005/05/06)  
> ring r=0,(x,y),dp;  
> plot(x3+y3-2xy);
```

逆像を使う例

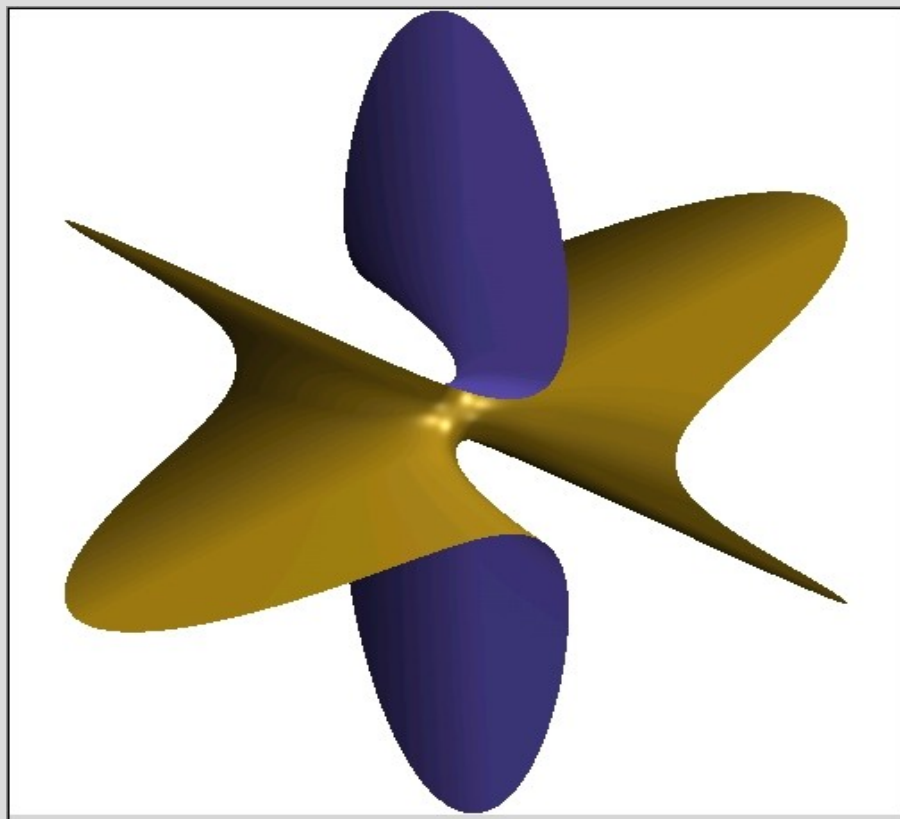
- 環準同型 $f: R_1 \rightarrow R_2$ が与えられ、各環の係数対が同じものの場合、環 R_2 のイデアル I_2 の計算が `preimage` 命令で行える。



```
> ring r=0,(x,y,z),dp;  
> poly sp4=x2+y2+z2-16;  
> ideal i1=sp4;  
> map f=r,xy,yz,zx;  
> ideal steiner=preimage(r,f,i1);  
> steiner;  
steiner[1]=x2y2+x2z2+y2z2-16xyz  
> plot(steiner,"background_red=0;background_green=0;  
. background_blue=0;rot_x=2;rot_y=0.5;");
```

助変数表示の曲面を描く

- eliminate命令を用いて助変数を削除する。

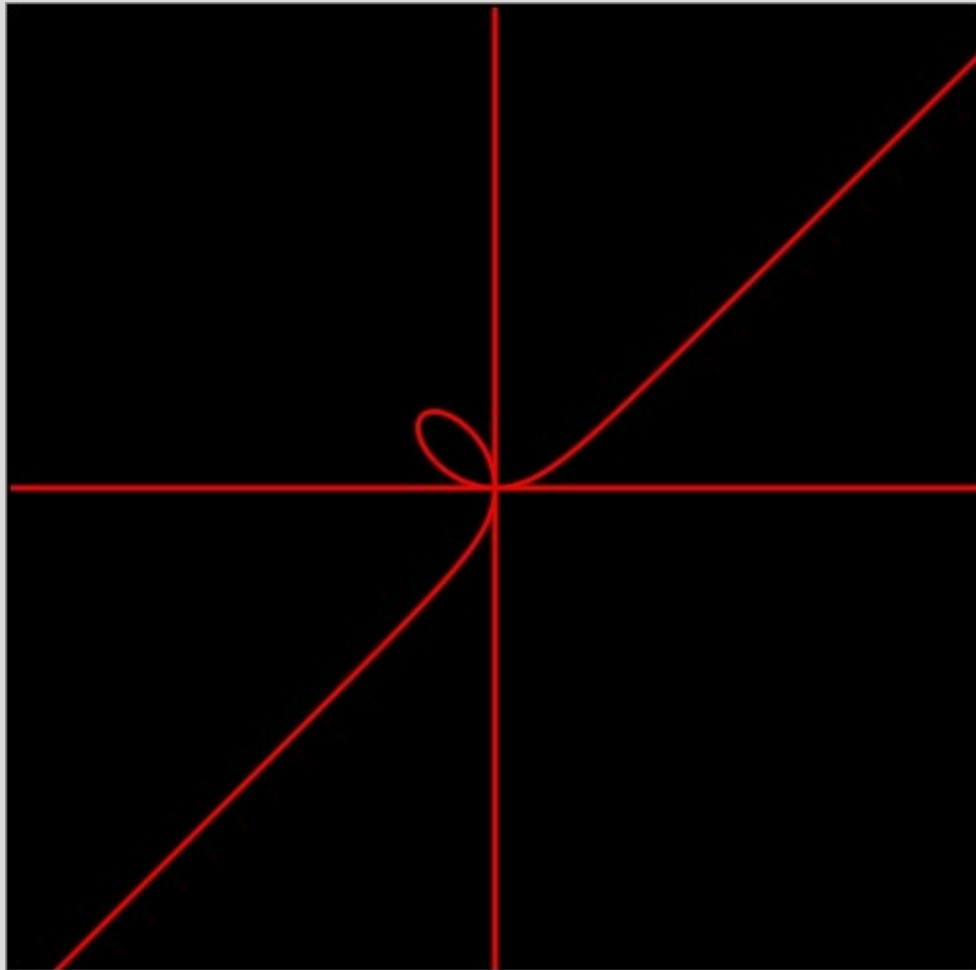


```
> ring r3=0,(x,y,z,u,v),dp;  
> ideal a1=x-u,y-v,z-u^3+3*u*v^2;  
> ideal a2=eliminate(a1,uv);  
> a2;  
a2[1]=x^3-3xy^2-z  
> plot(a2);
```

特異点の計算

- デカルトの葉状曲線の特異点を調べる
- 特異点の集合は定義方程式とそのヤコビアンの共通零点集合になる
- 定義方程式とそのヤコビアンを生成元とするイデアルの根基の共通零点集合は特異点の集合となる。

実際の計算



```
>LIB "primdec.lib";  
>ring R=0,(x,y),dp;  
> poly f=x3-y3-3xy;  
> ideal I=f,diff(f,x),diff(f,y);  
>I;  
I[1]=x3-y3-3xy  
I[2]=3x2-3y  
I[3]=-3y2-3x  
>ideal VI=radical(I);  
> VI;  
VI[1]=y  
VI[2]=x  
> ideal VS=f,VI;  
> plot(product(VS));
```

SINGULARのライブラリの書式

- SINGULARのライブラリは決まった書式がある

ヘッダ部(ライブラリのバージョン、カテゴリ、筆者とヘルプ)

PROCEDURES:

ライブラリに含まれる手続の一行程度の簡単な説明

";

LIB "利用する上で必要なライブラリ1";

...

LIB "利用する上で必要なライブラリn";

手続1の定義

手続1の例題

.....

手続mの定義

手続mの例題

surt.libの改造

- surf.libを適切なディレクトリにコピーする。尚、ライブラリの読込はカレントディレクトリが優先される。
- 必要とするライブラリの読込を指定する。
- 手続きの修正を行い必要があれば例題を追加する。
- 新規に手続きを追加する場合も、例題を追加する。

改造内容

- 半透明表示と指定した平面による曲面の断面を表示する手続きを追加。
- 実際はplotの複製を取り,半透明表示を行うsurfの命令群と平面の割当てと断面の表示命令をsurfのスキプトに書込む様に修正。